Bangkok Software Tutor

สถิติและความน่าจะเป็น

P’AOB CU TUTOR

คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

Bangkok Software Tutor

Profile

นายจุติพล สวัสดิ์พานิช ชื่อเล่น อ๊อบ

<u>ประวัติการศึกษา</u>

ระดับปริญญาตรี

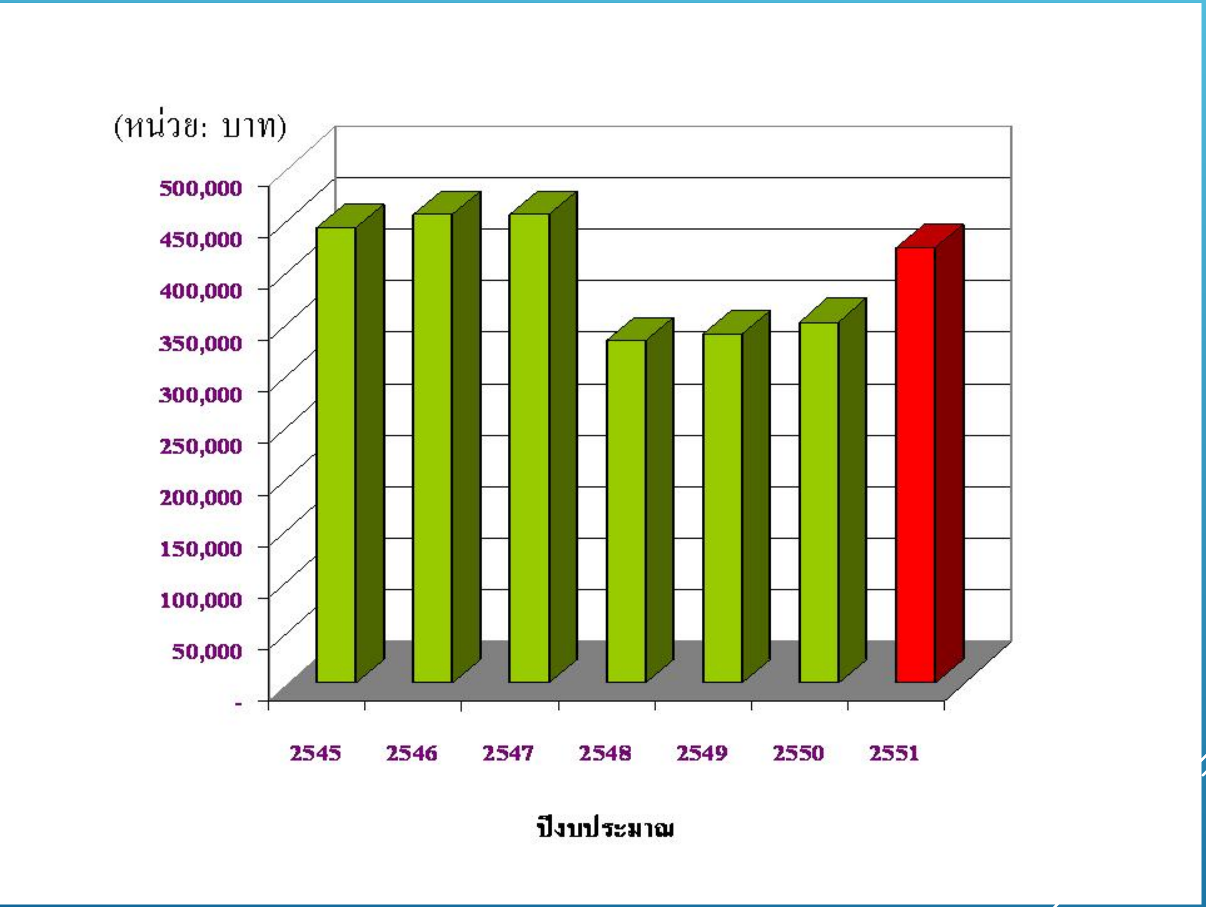
- **จบการศึกษาจากคณะวิทยาศาสตร์ ภาควิชาวัสดุศาสตร์(พอลิเมอร์และสิ่งทอ) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

ระดับปริญญาโท

- **กำลังศึกษาอยู่ที่ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชา วิศวกรรมอุตสาหการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**

สถิติและความน่าจะเป็น

1.สถิติ


(หน่วย: บาท)
500,000
450,000
400,000
350,000
300,000
250,000
200,000
150,000
100,000
50,000
-
2545
2546
2547
2548
2549
2550
2551
ปีงบประมาณ

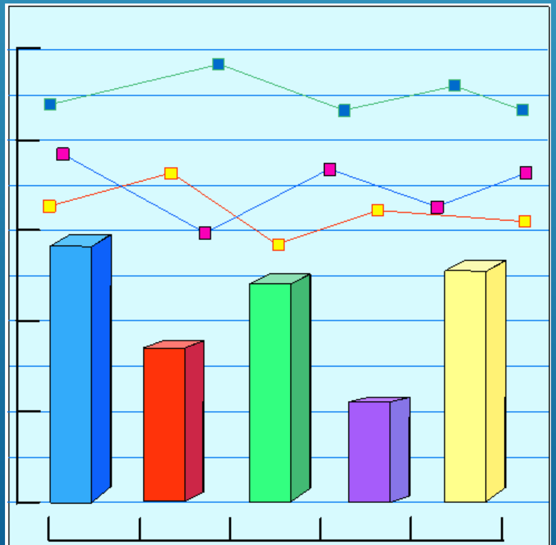
➢ ความหมายสถิติ

สถิติมีความหมายกว้างๆ 2 ประการ คือ

1.สถิติ หมายถึง ตัวเลขที่แสดงข้อเท็จจริงของสิ่งที่สนใจศึกษา ซึ่งการรวบรวมข้อเท็จจริงต่างๆที่เป็นตัวเลขนี้ควรมีตัวเลขเป็นจำนวนมาก เพื่อที่จะสามารถแสดงถึงลักษณะสำคัญของบรรดาที่ตัวเลขที่ได้รวบรวมมาได้ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร ทั้งนี้เพื่อหาความหมายที่แท้จริงของข้อเท็จจริงเหล่านั้น

➢ ความหมายสถิติ

2.สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลปะศาสตร์ โดยใช้กระบวนการที่เรียกว่า **ระเบียบวิธีทางสถิติ** ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ การรวบรวมข้อมูล, การนำเสนอข้อมูล, การวิเคราะห์ข้อมูล และการตีความหมายข้อมูล



➢ ตารางแจกแจงความถี่

ตารางแจกแจงความถี่ เป็นการนำข้อมูลที่มีจำนวนค่าจากการสังเกตมาก หรือ มีค่าจากการสังเกตซ้ำกันมาก มาเรียงค่าของค่าสังเกตตามลำดับแล้วจัดเป็นพวก ๆ หรือเป็นช่วง ๆ เพื่อให้สามารถทราบรายละเอียดต่าง ๆ หรือ สรุปผลเกี่ยวกับข้อมูลได้สะดวกและรวดเร็วขึ้น

➢ ตารางแจกแจงความถี่

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ขีดจำกัดล่าง	ขีดจำกัดบน	ขอบล่าง	ขอบบน	จุดกึ่งกลางชั้น
58 – 63	11	58	63	57.5	63.5	60.5
64 – 69	6	64	69	63.5	69.5	66.5
70 – 75	10	70	75	69.5	75.5	72.5
76 – 81	9	76	81	75.5	81.5	78.5
82 – 87	5	82	87	81.5	87.5	84.5
88 – 93	6	88	93	87.5	93.5	90.5
94 – 99	1	94	99	93.5	99.5	96.5

➢ ตารางแจกแจงความถี่

- สิ่งที่ควรทราบในเรื่องตารางแจกแจงความถี่

1. **ข้อมูลดิบ** เป็นข้อมูลที่ได้มาจากการเก็บรวบรวมมาจากแหล่งต่าง ๆ โดยยังไม่ได้จัดให้เป็นหมวดหมู่
2. **ข้อมูลสถิติ** หรือ เรียกสั้นๆว่า ข้อมูล หมายถึง ข้อเท็จจริงทั้งที่เป็นตัวเลข และไม่ใช่ตัวเลขที่เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่สนใจ
3. **ตัวแปร** หมายถึง ลักษณะหรือสมบัติบางอย่างที่เราสนใจศึกษาซึ่งเปลี่ยนแปลงค่าได้ทั้งในเชิงคุณภาพและปริมาณ
4. **ค่าที่เป็นไปได้** หมายถึง ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่สามารถแทนตัวแปรได้

➢ ตารางแจกแจงความถี่

5. ค่าจากการสังเกต หมายถึง ค่าที่เกิดขึ้นจริงของตัวแปร เช่น ถ้า x เป็นตัวแปรที่ใช้แทนคะแนนสอบวิชาหนึ่ง ซึ่งมีคะแนนเต็ม 5 คะแนน โดยมีนักเรียนเข้าสอบ 3 คน ค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของคะแนนสอบมี 6 ค่า คือ 0,1,2,3,4 และ 5 ถ้านักเรียน 3 คนสอบได้คะแนน 4,4 และ 5 จะเรียกค่าเหล่านี้ว่า **ค่าจากการสังเกต**

6. ความถี่ คือ จำนวนค่าสังเกตที่มีค่าซ้ำกันหรืออยู่ในช่วงเดียวกัน

7. อันตรภาคชั้น คือ ช่วงหรือกลุ่มของค่าสังเกตที่แบ่งออกเป็นชั้นๆ ของตารางแจกแจงความถี่

ตารางแจกแจงความถี่

- ตัวอย่างตารางแจกแจงความถี่ เช่น **ตาราง 1.1**

อันตรภาคชั้น	ความถี่
11-15	8
16-20	3
21-25	7
26-30	12
30-35	10

ตารางแจกแจงความถี่

8. ขอบล่าง หาได้จาก

$$\frac{\text{ค่าน้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่ามากที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

9. ขอบบน หาได้จาก

$$\frac{\text{ค่ามากที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าน้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

ตารางแจกแจงความถี่

10. ความกว้างของอันตรภาคชั้น หาได้จาก **ขอบบน – ขอบล่าง**

จากตาราง 1.1

ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 21-25 = $\frac{21+20}{2} = 20.5$

ขอบบนของอันตรภาคชั้น 21-25 = $\frac{25+26}{2} = 25.5$

ความกว้างของอันตรภาคชั้น = 25.5 – 20.5 = 5

➢ ตารางแจกแจงความถี่

11. จุดกึ่งกลางชั้น

$$= \frac{\text{ขอบล่าง} + \text{ขอบบน}}{2}$$

$$= \frac{\text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้น} + \text{ค่ามากที่สุดของอันตรภาคชั้น}}{2}$$

เช่น จากตาราง 1.1

จุดกึ่งกลางชั้น 21 - 25 = $\frac{20.5+25.5}{2} = 23$

หรือ **จุดกึ่งกลางชั้น 21 - 25 =** $\frac{21+25}{2} = 23$

การสร้างตารางแจกแจงความถี่

3. ถ้ากำหนดจุดกึ่งกลางชั้นมาให้ หาความกว้างของอันตรภาคชั้นจากผลต่างของจุดกึ่งกลางชั้น 2 ชั้นที่อยู่ติดกัน แล้วคำนวณหาขอบล่างและขอบบนของอันตรภาคชั้นจาก

$$\text{ขอบล่าง} = \frac{\text{จุดกึ่งกลางชั้น} - \text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}{2}$$

$$\text{ขอบบน} = \frac{\text{จุดกึ่งกลางชั้น} + \text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}{2}$$

➢ การสร้างตารางแจกแจงความถี่

เช่น โจทย์กำหนดจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นเป็น 13,18,23,…

จะได้ว่าความกว้างของอันตรภาคชั้น = 18 – 13 = 5

ขอบล่างของอันตรภาคชั้น = 13 – 5/2 = 10.5

ขอบบนของอันตรภาคชั้น = 13 + 5/2 = 15.5

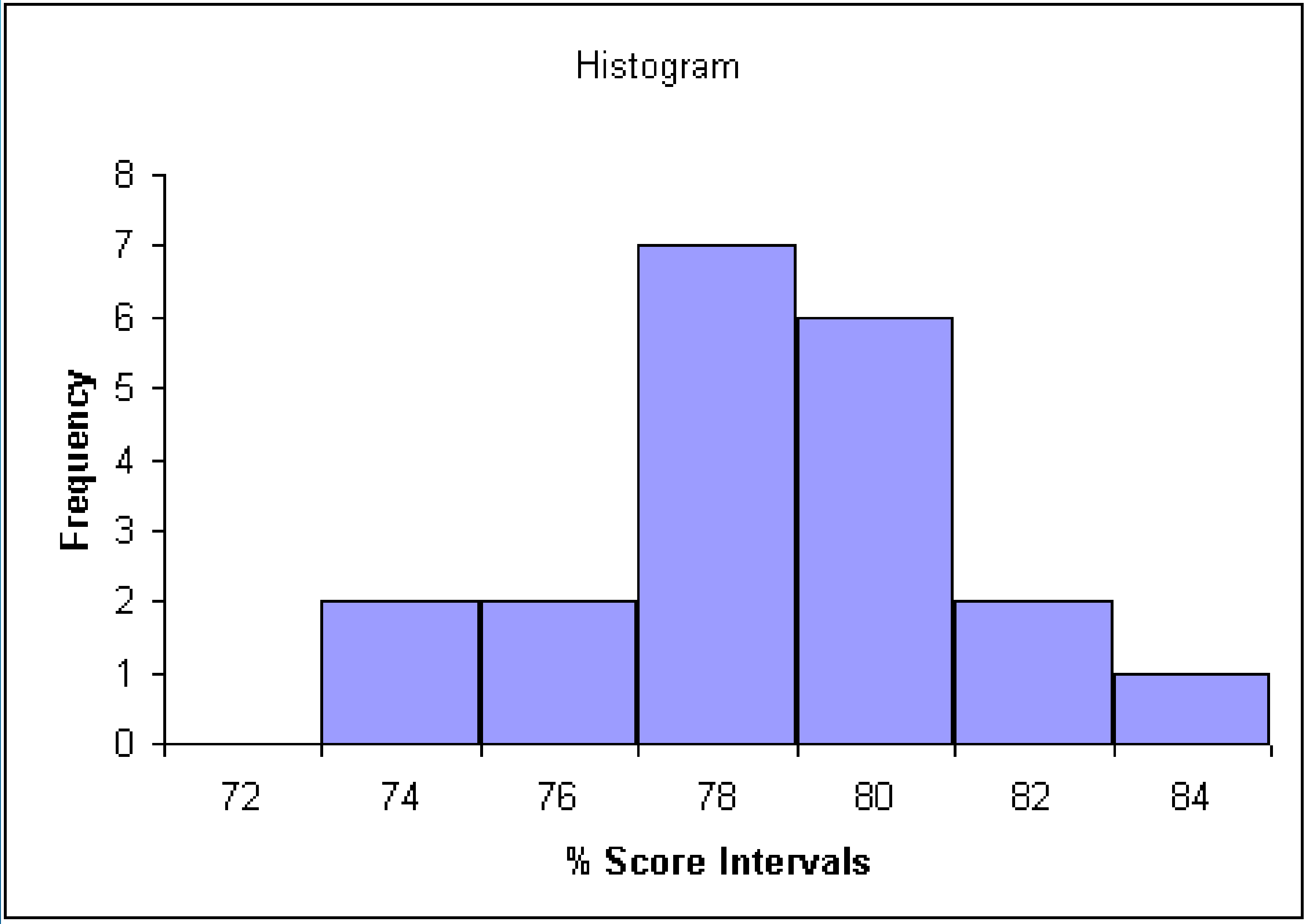
ดังนั้น การกำหนดอันตรภาคชั้นจะเป็นดังนี้ 11 - 15, 16 - 20, 21 - 25,..

➢ การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ

กราฟแสดงการแจกแจงความถี่กรณีที่ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นในตารางแจกแจงความถี่ มีขนาดเท่ากันมี 3 แบบ คือ

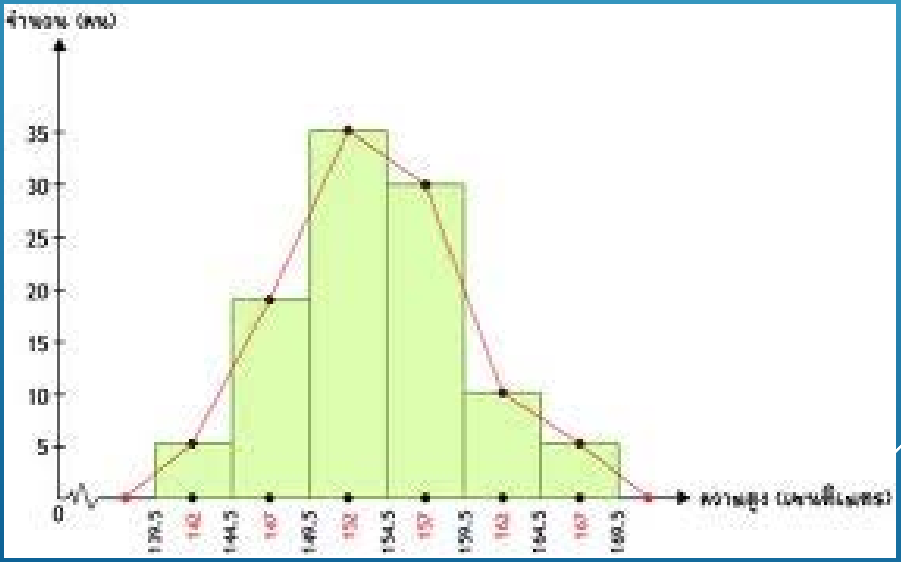
1. ฮิสโทแกรม เป็นการแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟแท่ง โดยความกว้างของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก แทนความกว้างของอันตรภาคชั้น และความสูงของแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น

การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ



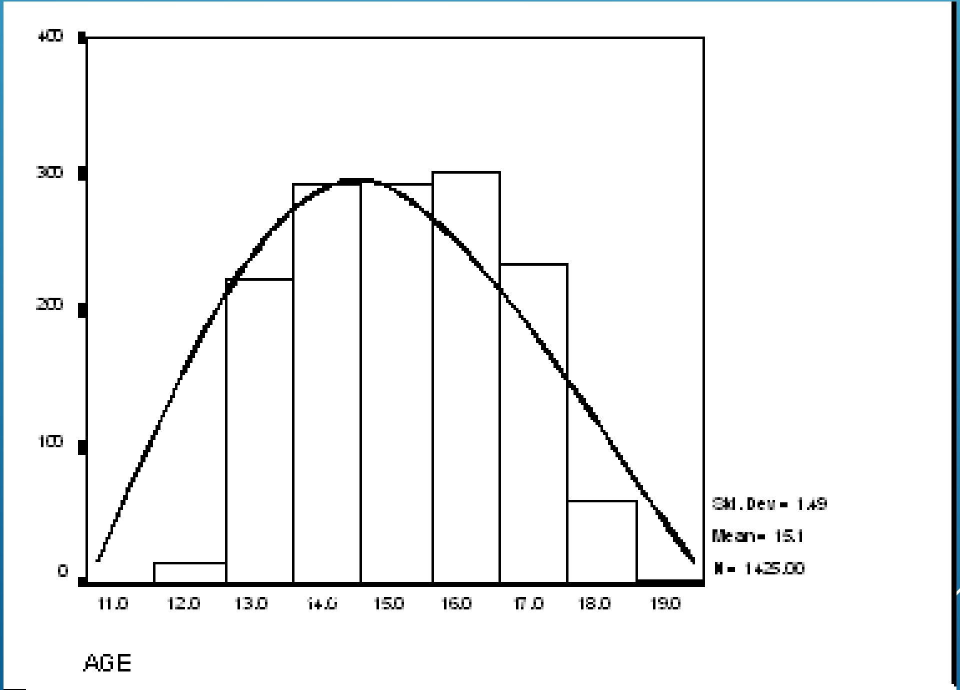
➤ การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ

2. รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ เป็นการแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟเส้น เกิดจากการลากเส้นตรงโยงจุดกึ่งกลางของยอดแท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากของฮิสโทแกรม และโยงต่อจุดกึ่งกลางแท่งด้านข้างแท่งแรกและแท่งสุดท้ายไปพบแกนนอนทั้งสองข้าง



การแจกแจงความถี่โดยใช้กราฟ

3. เส้นโค้งของความถี่ เป็นเส้นโค้งที่ได้จากการปรับด้านของรูปหลายเหลี่ยมแห่งความถี่ให้เรียบขึ้น โดยพยายามทำให้พื้นที่ใต้โค้งที่ปรับใหม่ใกล้เคียงกับพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่



ตัวอย่างที่ 1

ปริมาณสินค้าที่บริษัทแห่งหนึ่งขายในแต่ละปีแสดงเป็นตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้ (ข้อสอบเข้าเตรียม)

ปริมาณสินค้า (หน่วยเป็นล้านตัน)	จำนวนปี
0 – 0.99	1
1.00 – 1.99	4
2.00 – 2.99	3

ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้น 0 – 0.99 คือ เท่าใด

1. -0.005　2. -0.995　3. 0.005　4. 0.995

➢ ตัวอย่างที่ 1

เนื่องจาก

ขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้น 0 – 0.99 = $\frac{0.99+1.00}{2}$ = 0.995

ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้น 1.00 – 1.99 = 0.995

ขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้น 1.00 – 1.99 = $\frac{1.99+2.00}{2}$ = 1.995

ดังนั้น ความกว้างของอันตรภาคชั้น = 1.995 – 0.995 = 1

ดังนั้น ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้น 0 – 0.99 = 0.995 – 1 = -0.005

ตอบ ข้อ 1. -0.005

ตัวอย่างที่ 2

จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น 40.0 – 49.0 และขอบล่างของอันตรภาคชั้น 60.0 – 69.99 เรียงตามลำดับตามข้อใด (ข้อสอบเตรียม)

อันตรภาคชั้น
40.00 – 49.0
50.0 – 59.9
60.0 – 69.99
70.0 -79.0

1. 44.5, 59.95
2. 44.5, 69.995
3. 45, 59.95
4. 44.5, 59.995

➢ ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ

จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น 40.00 - 49.0

$$= \frac{40.0+49.0}{2} = 44.5$$

ขอบล่างของอันตรภาคชั้น 60.0 – 69.99

$$= \frac{59.9+60.0}{2} = 59.95$$

ตอบ ข้อ 1. 44.5, 59.95

ตัวอย่างที่ 3

ในทางสถิติข้อใดไม่ถูกต้อง

1. ข้อมูลดิบอาจไม่ใช่ตัวเลขแสดงปริมาณก็ได้
2. ความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น
3. ทุกอันตรภาคชั้นต้องมีขอบล่างเสมอ
4. ข้อมูลสถิติไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม

➤ ตัวอย่างที่ 3

เฉลย

1. **ถูก** เพราะว่า ข้อมูลดิบอาจเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งแสดงลักษณะของข้อมูลก็ได้ เช่น ข้อมูลเกี่ยวกับศาสนาที่คนนับถือ เช่น พุทธ, คริส, อิสลาม เป็นต้น
2. **ถูก** เพราะความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกชั้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล

➢ ตัวอย่างที่ 3

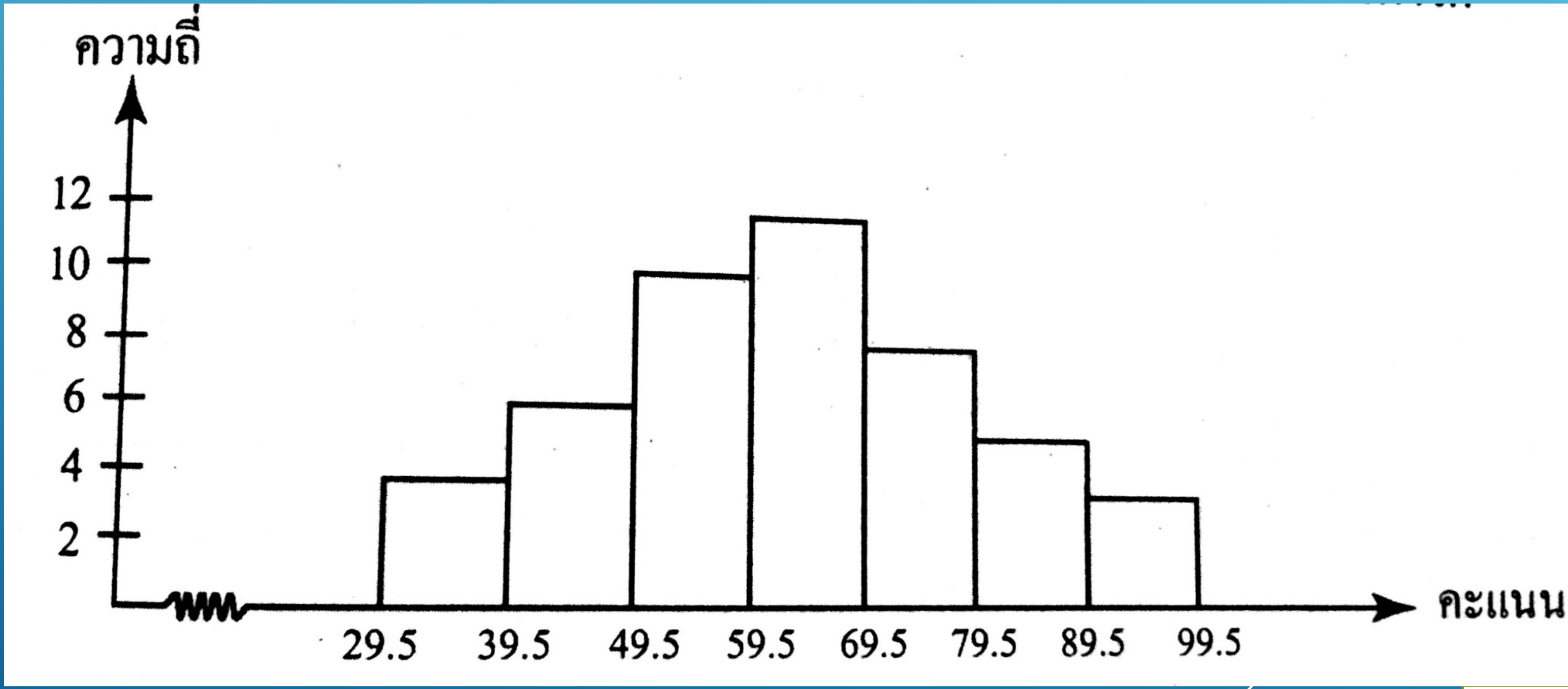
3. ผิด อันตรภาคชั้นที่มีลักษณะเปิด ไม่จำเป็นต้องมีขอบล่าง

อายุ	จำนวนคน
น้อยกว่า 20	15
21 - 40	12
41 - 60	13

4. ถูก เช่น ข้อมูลน้ำหนัก, ส่วนสูง, คะแนนการสอบ ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนเต็ม

➢ ตัวอย่างที่ 4

จากฮิสโทแกรมที่กำหนด อันตรภาคชั้น 50 – 59 มีความถี่สะสมเท่าใด



ตัวอย่างที่ 4

แนวคิด จากฮิสโทแกรมที่กำหนดให้ จะเขียนตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

คะแนน	ความถี่
30 - 39	4
40 - 49	6
50 - 59	10
60 - 69	12
70 - 79	8
80 - 89	5
90 - 99	4

ดังนั้น อันตรภาคชั้น 50 – 59 มีความถี่สะสมเท่ากับ

4 + 6 +10 = 20

ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล คือ ค่าที่ใช้เป็นตัวแทนข้อมูลแต่ละกลุ่ม เพื่อนำไปใช้ในการเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์ข้อมูลในขั้นต่อไป ค่ากลางหนึ่ง ๆ ก็เหมาะสมกับข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ ค่ากลางที่ดีต้องสามารถบอกข้อเท็จจริงได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด ค่ากลางจะมีหน่วยเช่นเดียวกับหน่วยของข้อมูล ค่ากลางที่นิยมใช้กันมี 3 ชนิด คือ

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ฐานนิยม
3. มัธยฐาน

➢ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ ค่าที่ได้จากการหารผลบวกของค่าสังเกตทั้งหมดด้วยจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด ใช้สัญลักษณ์ $\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1. ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่

ให้ $\bar{x}$ แทนค่าเฉลี่ยคณิต

$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ แทนค่าสังเกตของข้อมูล

N แทนจำนวนค่าสังเกตทั้งหมด

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots x_n}{N}$$

หรือ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ เขียนย่อ ๆ ได้ $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

➤ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

2. ข้อมูลแจกแจงความถี่

ให้ $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ แทนความถี่ของค่าที่ได้จากการสังเกต

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1+f_2x_2+f_3x_3+\cdots+f_kx_k}{f_1+f_2+f_3+\cdots+f_k}$$

หรือ $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{N}$ เขียนย่อๆได้ $\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$

N คือ $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k$

$\frac{\sum_{i=1}^{N} f_i x_i}{N}$ คือ ผลรวมของ (ความถี่ x ค่าสังเกต)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลัด

กรณีที่ข้อมูลอยู่ในรูปตารางแจกแจงความถี่ที่มีความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นเท่ากัน

$$\bar{x} = a + I\left(\frac{\sum fd}{N}\right)$$

a คือ จุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นใดชั้นหนึ่ง แต่มักนิยมเลือก a จากอันตรภาคชั้นที่มีความถี่มากที่สุด

I คือ ความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้น

F คือ ความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น

D = 0 ในชั้นที่มี a และ d = 1,2,3,… ในชั้นที่มีข้อมูลสูงกว่า a ขึ้นไป

D = -1,-2,-3,.. ในชั้นที่มีข้อมูลต่ำกว่าชั้นที่มี a ถัดลงไป

ตัวอย่างที่ 5

จากตารางแจกแจงความถี่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับเท่าใด

อันตรภาคชั้น	ความถี่
10 – 14	3
15 – 19	8
20 – 24	10
25 – 29	7
30 – 34	2

ตัวอย่างที่ 5

วิธีที่ 1 หาจากสูตร $\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$

อันตรภาคชั้น	f	จุดกึ่งกลางชั้น (x)	fx
10 – 14	3	12	36
15 – 19	8	17	136
20 – 24	10	22	220
25 – 29	7	27	189
30 – 34	2	32	64
	N = 30		$\sum fx$= 645

ตัวอย่างที่ 5

วิธีที่ 2 หาจากสูตร $\bar{x} = a + I(\frac{\sum fd}{N})$

อันตรภาคชั้น	f	d	fd
10 – 14	3	-2	-6
15 – 19	8	-1	-8
20 – 24	10	0	0
25 – 29	7	1	7
30 – 34	2	2	4
	N = 30		$\sum fd$= -3

ตัวอย่างที่ 5

วิธีที่ 2 หาจากสูตร $\bar{x} = a + I(\frac{\sum fd}{N})$

เลือก a จากอันตรภาคชั้น 20 – 24 ดังนั้น a = $\frac{20+24}{2}$ = 22

ได้ $\sum fd$ = -3 และ I = 5 จำนวนอันตรภาคชั้น

$$\bar{x} = a + I(\frac{\sum fd}{N})$$

$$= 22 + 5(\frac{-3}{30}) = 22 - 0.5 = 21.5$$

➤ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลัด

ให้ $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots, \bar{x}_k$ เป็นเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1,2,3,….,K ตามลำดับ

$N_1, N_2, N_3, \ldots, N_k$ เป็นขนาดของข้อมูลในชุดที่ 1,2,3,…,K ตามลำดับ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = $\dfrac{N_1\bar{x}_1+N_2\bar{x}_2+N_3\bar{x}_3+\cdots N_k\bar{x}_k}{N_1+N_2+N_3+\cdots+N_k}$

หรือ $\bar{x} = \dfrac{\sum N\bar{x}}{\sum N}$

$\sum N\bar{x}$ คือ ผลรวมของ (จำนวนข้อมูล x ค่าเฉลี่ยเลขคณิต)

$\sum N$ คือ ผลรวมของขนาดข้อมูลทั้งหมด

➢ ตัวอย่างที่ 6

โรงเรียนแห่งหนึ่งแบ่งนักเรียน ม.3 ออกเป็น 2 ห้อง คือ ห้อง ก. มีนักเรียน 30 คน ห้อง ข. มีนักเรียน 35 คน ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนห้อง ก. ได้ 75 คะแนน ของนักเรียนห้อง ข. ได้ 70 คะแนน ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของนักเรียนทั้งสองห้องเป็นกี่คะแนน

ข้อควรสนใจ

1. ถ้าบวกทุก ๆค่าของข้อมูลชุดหนึ่งด้วยค่าคงที่ k แล้ว

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}} + k$$

2. ถ้าลบทุก ๆค่าของข้อมูลชุดหนึ่งด้วยค่าคงที่ k แล้ว

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}} - k$$

3. ถ้าคูณทุก ๆค่าของข้อมูลชุดหนึ่งด้วยค่าคงที่ k แล้ว

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \bar{x}_{\text{เดิม}} \times k$$

4. ถ้าหารทุก ๆค่าของข้อมูลชุดหนึ่งด้วยค่าคงที่ k แล้ว

$$\bar{x}_{\text{ใหม่}} = \frac{\bar{x}_{\text{เดิม}}}{k}$$

➤ ตัวอย่างที่ 7

เด็ก 6 คน มีอายุดังนี้ 11,12,12,13,15 และ 16 ปี อีก 8 ปีข้างหน้า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุเด็กทั้ง 6 คนนี้เท่ากับกี่ปี

มัธยฐาน

มัธยฐาน คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมดเมื่อเรียกข้อมูลจากน้อยไปหามาก หรือ จากมากไปหาน้อย ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่ มีวิธีหามัธยฐาน ดังนี้

1. เรียงค่าสังเกตในข้อมูลจากน้อยไปหามากหรือจากมากไปหาน้อย
2. ถ้าค่าสังเกตในข้อมูลมีเป็นจำนวนคี่ตัว ค่ามัธยฐาน คือ ข้อมูลที่อยู่ตรงกลางพอดี
3. ถ้าสังเกตในข้อมูลมีเป็นจำนวนคู่ตัว ค่ามัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยของผลบวกของข้อมูลคู่ที่อยู่ตรงกลาง

โดยทั่วไปตำแหน่งของมัธยฐานจะอยู่ที่ตำแหน่ง $\frac{N+1}{2}$ เมื่อ N เป็นขนาดของข้อมูล

➤ ฐานนิยม

ฐานนิยม คือ ค่าของค่าสังเกตที่มีความถี่สูงที่สุดในข้อมูล (ซ้ำกันมากที่สุด)

ข้อสังเกต

1. ข้อมูลบางชุดอาจมีฐานนิยมมากกว่า 1 ค่า และข้อมูลบางชุดอาจไม่มีฐานนิยมเลยก็ได้
2. ฐานนิยมเป็นค่ากลางที่เหมาะสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพ

➢ ตัวอย่างที่ 8

ในการสำรวจความนิยมเกี่ยวกับน้ำผลไม้ที่นักเรียนชอบ ปรากฏผลดังนี้ น้ำมะตูม 6 คน น้ำมะนาว 12 คน น้ำอ้อย 10 คน น้ำส้มคั้น 15 คน น้ำลำไย 12 คน จงหาค่ากลางที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลชุดนี้

- เนื่องจากข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ค่ากลางที่เหมาะสม คือ ฐานนิยม ดังนั้น ฐานนิยม คือ น้ำส้มคั้น

➢ ตัวอย่างที่ 9

โรงงานแห่งหนึ่งมีคนงาน 45 คน มีค่ากลางเลขคณิตของน้ำหนัก 45 กิโลกรัม ต่อมามีคนงานลาออกไปหนึ่งคน ทำให้ค่ากลางเลขคณิตของน้ำหนักของคนที่เหลือลดลง 0.12 กิโลกรัม คนที่ลาออกไปนั้นหนักกี่กิโลกรัม (ข้อสอบเตรียม)

ตัวอย่างที่ 10

นักเรียนคนหนึ่งสอบคณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 ได้ 40 คะแนน ครั้งสองได้ 45 คะแนน จะต้องสอบครั้งที่ 3 ให้ได้กี่คะแนน จึงจะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 42 คะแนน (ข้อสอบเตรียม)

➢ ตัวอย่างที่ 11

ปริมาณสินค้าที่บริษัทแห่งหนึ่งขายในแต่ละปี แสดงเป็นตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

ปริมาณสินค้า (หน่วยเป็นล้านตัน)	จำนวนปี
0 – 0.99	1
1.00 – 1.99	4
2.00 – 2.99	3

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของปริมาณสินค้าที่ขายใน 8 ปีเท่ากับกี่หน่วยล้านตัน

แบบฝึกหัด

1.นักเรียนห้องหนึ่ง ห้องสอง และ ห้องสามจำนวน 32,35 และ 40 คน สอบได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต 20 คะแนน จงหาคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของห้องสามห้องเดียว กำหนดคะแนนเฉลี่ยของห้องหนึ่ง 25 คะแนน ห้องสอง 20 คะแนน

แบบฝึกหัด

2. กำหนดข้อมูลที่เรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ 2,4,4,5,5,m,8,8,10 มีฐานนิยมค่าเดียวและมัธยฐานมีค่าน้อยกว่าฐานนิยม อยากทราบว่าข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่าใด (ข้อสอบเตรียม)

แบบฝึกหัด

3. จากการทดสอบคราวหนึ่งมีผลคะแนน ดังนี้

คะแนนสอบ	46	47	48	49	50	51	52	53
จำนวนนักเรียน	12	25	46	44	30	17	16	10

จงคำนวณหามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้ (ข้อสอบเตรียม)

➢ แบบฝึกหัด

4. นักเรียนชั้นหนึ่งมี 44 คน คนที่อายุน้อยกว่า 15 ปี มี 22 คน แต่ถ้าหากค่าเฉลี่ยของอายุจะได้มากกว่าค่ามัธยฐานอยู่ 1 ปี ค่าเฉลี่ยของอายุและมัธยฐานของอายุเท่ากับกี่ปีตามลำดับ(ข้อสอบเตรียม)

1) 15, 16

2) 16, 15

3) 15, 15

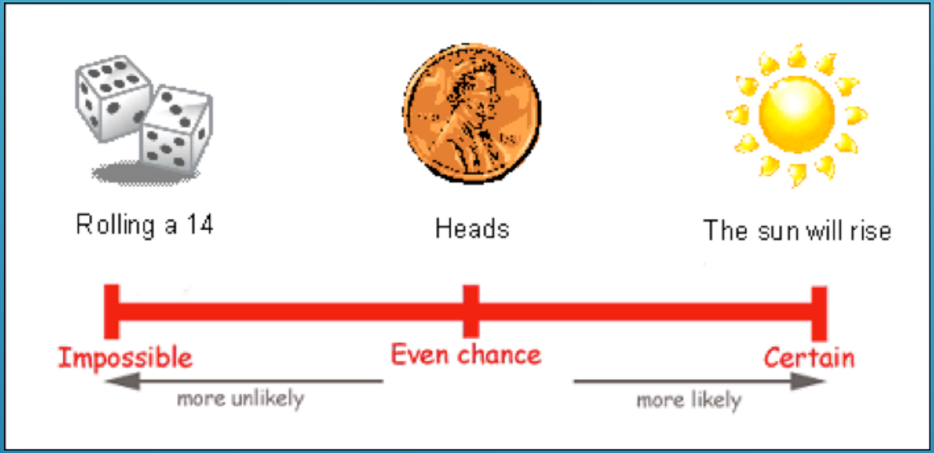
4) 16, 16

➢ แบบฝึกหัด

5. คนกลุ่มหนึ่งไม่มีผู้ใดมีรายได้ 300 บาทต่อวัน แต่ค่ามัธยฐานของรายได้ของคนกลุ่มนี้เป็น 300 บาทต่อวัน ถ้าผู้มีรายได้ต่ำกว่า 300 บาทต่อวันมี 20 คน คนกลุ่มนี้มีทั้งหมดประมาณกี่คน (ข้อสอบเตรียม)

1) 20
2) 21
3) 31
4) 40

2.ความน่าจะเป็น



➤ การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

1) การทดลองสุ่ม หมายถึง การกระทำซึ่งสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการกระทำนั้นอาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่า ในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดเหล่านั้น เช่น การโยนเหรียญ การโยนลูกเต๋า การปิดตาหยิบสิ่งของ การจับฉลาก

➢ การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

2) แซมเปิลสเปซ (S) หมายถึง ผลลัพธ์ที่เราสนใจซึ่งเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

➢ **เหตุการณ์ (Event)**

เหตุการณ์ (E) คือ ผลลัพธ์ที่เราสนใจจากการทดลองสุ่ม

➤ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ในวิชาคณิตศาสตร์ความน่าจะเป็น คือ ค่าที่แสดงให้ทราบว่าเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1

ข้อสอบชนิดถูกผิดถ้าทำข้อสอบฉบับนี้โดยการเดา ความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อมีค่าเป็นเท่าใด

แนวคิด จะมีการเดา 2 วิธี คือ ถูก หรือ ผิด

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อ = $\frac{1}{2}$

➢ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 2

ข้อสอบชนิด 4 ตัวเลือก ถ้าทำข้อสอบฉบับนี้โดยการเดา ความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อมีค่าเป็นเท่าใด

แนวคิด ใน 4 ตัวเลือกจะมีตัวเลือกที่ถูกเลือกเพียง 1 ตัวเลือก จะมีการเดาได้ทั้งหมด 4 วิธี และมีเพียง 1 วิธีเท่านั้นที่ถูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อ = $\frac{1}{4}$

➢ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 3

ข้อสอบชนิด 5 ตัวเลือก ถ้าทำข้อสอบฉบับนี้โดยการเดา ความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อมีค่าเป็นเท่าใด

แนวคิด ใน 5 ตัวเลือกจะมีตัวเลือกที่ถูกเลือกเพียง 1 ตัวเลือก จะมีการเดาได้ทั้งหมด 5 วิธี และมีเพียง 1 วิธีเท่านั้นที่ถูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะทำถูกในแต่ละข้อ = $\frac{1}{5}$

➤ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 4

กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีแดง 1 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีเหลือง 3 ลูก ถ้าหลับตาแล้วหยิบขึ้นมาจากกล่อง 1 ลูก ความน่าจะเป็นจะมีค่าเท่าไรเมื่อหยิบได้ลูกปิงปอง

1) สีแดง
2) สีขาว
3) สีเหลือง

แนวคิด

1) มีลูกปิงปองอยู่ 6 ลูก เป็นสีแดง 1 ลูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีแดง = $\frac{1}{6}$

2) มีลูกปิงปองอยู่ 6 ลูก เป็นสีขาว 2 ลูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีแดง = $\frac{2}{6}$

3) มีลูกปิงปองอยู่ 6 ลูก เป็นสีเหลือง 3 ลูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีแดง = $\frac{3}{6}$

บทนิยาม ถ้า S เป็นแซมเปิลสเปซซึ่งประกอบด้วยผลลัพธ์ที่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน และ E เป็นเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E จะเขียนแทนด้วย P(E)

สัญลักษณ์ P(E) หมายถึง อัตราส่วนของจำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์ เขียนแทนด้วย n(E) ต่อจำนวนผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซ เขียนแทนด้วย n(S) นั่นคือ

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนของผลลัพธ์ในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซ}}$$

ดังนั้น

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ข้อสังเกต

(1) ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ แล้ว $0 \leq P(E) \leq 1$

(2) P(E) = 0 ก็ต่อเมื่อเหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้น

(3) P(E) = 1 ก็ต่อเมื่อเหตุการณ์ E เกิดขึ้นแน่นอน

➢ ตัวอย่างที่ 1

สลากชุดหนึ่งเขียนหมายเลขกำกับตั้งแต่ 1 ถึง 31 แผ่นละหมายเลขใส่ในกล่อง แล้วสุ่มหยิบออกมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากเลขคู่เป็นเท่าไร

1) 15/30
2) 16/30
3) 15/31
4) 16/31

ตัวอย่างที่ 1

สลากชุดหนึ่งเขียนหมายเลขกำกับตั้งแต่ 1 ถึง 31 แผ่นละหมายเลขใส่ในกล่อง แล้วสุ่มหยิบออกมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่หยิบได้สลากเลขคู่เป็นเท่าไร

แนวคิด

ผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซ คือ 1,2,3,.....,31

จะได้ $n(S) = 31$

ผลลัพธ์ในเหตุการณ์ คือ 2,4,6,…30

จะได้ $n(E) = 15$

ดังนั้น $P(E) = n(E)/n(S) = 15/31$

ตัวอย่างที่ 2

ถุงใบหนึ่งใส่ลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีน้ำเงิน 3 ลูก และสีขาว 2 ลูก ทุกลูกมีขนาดเท่าๆกันคละปนกัน ให้สุ่มหยิบออกมา 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง และลูกแก้วสีน้ำเงินตามลำดับ มีค่าเท่าไร

1) 1/6
2) 1/15
3) 3/20
4) 2/15

➤ ความน่าจะกับการตัดสินใจ

ในหัวข้อที่ผ่านมาเราได้ศึกษาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ทำให้เราสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับเหตุการณ์นั้นๆได้ง่ายขึ้น แต่ในความจริงการตัดสินใจในเหตุการณ์ใดๆ เราต้องคำนึงถึงผลตอบแทนของเหตุการณ์นั้นๆด้วย ซึ่งเราเรียกว่า **“ค่าคาดหมาย”**

ค่าคาดหมาย เท่ากับผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับผลตอบแทน

ตัวอย่างที่ 3

ในการโยนลูกเต๋าครั้งหนึ่ง สุทินกล่าวว่า “ถ้าโยนลูกเต๋าได้แต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็น 5 เขาจะจ่ายเงินให้ 4 บาท แต่ถ้าแต้มบนหน้าลูกเต๋าไม่เป็น 5 ผู้เล่นกับเขาจะจ่ายเงินให้เขาเพียง 1 บาท ถ้าสุทัศน์ต้องการเล่นโยนลูกเต๋าเพียง 1 ครั้ง จงหาค่าคาดหมายเพื่อจะสรุปว่าสุทัศน์มีโอกาสได้หรือเสียมากกว่ากัน

แนวคิด

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าได้แต้ม 5 เท่ากับ 1/6

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าไม่ได้แต้ม 5 เท่ากับ 5/6

ตัวอย่างที่ 3

แนวคิด

ถ้าลูกเต๋าออกแต้ม 5 สุทัศน์จะได้เงิน 4 บาท แทนด้วย +4

ถ้าลูกเต๋าไม่ออกแต้ม 5 สุทัศน์ต้องจ่าย 1 บาท แทนด้วย -1

ค่าคาดหมายที่สุทัศน์จะได้เงินจากการโยนลูกเต๋า 1 ครั้ง เป็นดังนี้

ค่าคาดหมาย = (ผลตอบแทนที่ได้ x ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าออกแต้ม 5)

+ (ผลตอบแทนที่เสีย x ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าไม่ออกแต้ม 5)

$= (4 \times 1/6) + ((-1) \times 5/6)$

$= -1/6$

นั่นคือ ค่าคาดหมายที่สุทัศน์จะได้เงิน เท่ากับ -1/6

แสดงว่า แต่ละครั้งที่โยนเต๋า สุทัศน์จะเสียเงิน ครั้งละ 1/6 บาท

ตัวอย่างที่ 4

มนตรีและนภดลโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหน้าไม่เหมือนกัน นภดลจะจ่ายให้มนตรี 2 บาท แต่ถ้าเหรียญออกหน้าเหมือนกันทั้งสองเหรียญมนตรีจะต้องจ่ายเงินให้กับนพดล 2 บาท เช่นกัน จงหาค่าคาดหมายที่มนตรีจะได้เงินในครั้งนี้และคิดว่ามนตรีน่าจะได้เงิน หรือ เสียเงินมากกว่ากัน

แบบฝึกหัด

1. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 3 ลูก และสีเหลือง 2 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลออกมา 2 ลูก โดยหยิบทีละลูก ถ้าหยิบลูกแรกแล้วไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีเหลืองทั้ง 2 ลูก (ข้อสอบเตรียม)

1) 1/4

2) 2/5

3) 1/5

4) 1/10

แบบฝึกหัด

2. ในการโยนเหรียญ 2 เหรียญและลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกันหนึ่งครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญทั้งสองหงายหน้าเดียวกันและลูกเต๋าออกแต้มที่มากกว่า 4เท่ากับเท่าไร

1) 1/4

2) 1/3

3) 1/12

4) 1/6

➢ แบบฝึกหัด

3. ครอบครัวหนึ่งมีบุตรได้ 3 คน โอกาสที่จะมีบุตรชาย 2 คน และบุตรสาว 1 คน เป็นเท่าไร (ข้อสอบเตรียม)

1) 1/8
2) 3/8
3) 5/8
4) 7/8

แบบฝึกหัด

4. ในการหยิบลูกบอล 3 ครั้ง ครั้งละ 1 ลูก จากกล่องที่มีลูกบอล 2 ลูกสีดำกับขาว สีละลูก โอกาสที่จะได้ลูกบอลสีขาวเพียง 2 ครั้ง เป็นเท่าใด ถ้าหยิบแล้วใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไป (ข้อสอบเตรียม)

1) 1/3
2) 2/3
3) 3/8
4) 5/8

แบบฝึกหัด

5. กล่องใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีขาว 6 ลูก และสีเขียว 4 ลูก สุ่มหยิบลูกแก้วจากกล่อง 2 ลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ได้ลูกแก้วสีต่างกันเท่ากับข้อใด (ข้อสอบเตรียม)

1) 30/105
2) 31/105
3) 64/105
4) 74/105

THE END