

การแปลง

ทางเรขาคณิต

สรุปวิธีคิดเร็วของการแปลงทางเรขาคณิต

1. การเลื่อนขนาน: พิกัดการเลื่อนขนาน

นำพิกัดการเลื่อนขนานมาบวกเข้ากับพิกัดเดิม

2. การสะท้อน: แกนสะท้อน

สะท้อนข้ามแกน X ค่า x คงเดิม ค่า y เปลี่ยนเป็นตรงข้าม

สะท้อนข้ามแกน Y ค่า y คงเดิม ค่า x เปลี่ยนเป็นตรงข้าม

สรุปวิธีคิดเร็วของการแปลงทางเรขาคณิต

3. การหมุน:

หมุนทวนเข็มนาฬิกา 90 องศา: $A(x, y)$ เป็น $A'(-y, x)$

หมุนตามเข็มนาฬิกา 90 องศา: $A(x, y)$ เป็น $A'(y, -x)$

หมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา: $A(x, y)$ เป็น $A'(-x, -y)$

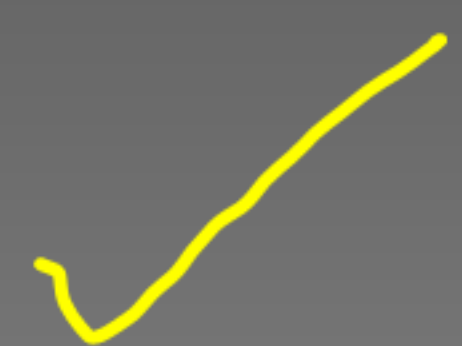
1. รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุดยอดมุมดังนี้ $A(-3,3)$, $B(-9,7)$, $C(-7,2)$

① ถ้าหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ไป 90° ตามเข็มนาฬิกาการรอบจุด $(0,0)$

② แล้วสะท้อนข้ามแกน X ③ แล้วเลื่อนขนานต่อด้วยพิกัด $(-2, -5)$ จงหาพิกัด
ของจุดยอดใหม่

1. รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีจุดยอดมุมดังนี้ $A(-3,3)$, $B(-9,7)$, $C(-7,2)$ ถ้าหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ไป 90° ตามเข็มนาฬิกา รอบจุด $(0,0)$ แล้วสะท้อนข้ามแกน X แล้วเลื่อนขนานต่อด้วยพิคัด $(-2, -5)$ จงหาพิกัดของจุดยอดใหม่

$A(-3,3)$ ตามเข็มนาฬิกา $A'(3, 3)$ สะท้อนแกน X $A''(3, -3)$ เลื่อน $(-2, -5)$ $A'''(1, -8)$
 $B(-9,7)$ " $B'(7, 7)$ " $B''(7, -7)$ " $B'''(5, -14)$
 $C(-7,2)$ " $C'(2, 7)$ " $C''(2, -7)$ " $C'''(0, -12)$



2. รูปสามเหลี่ยม $\triangle ABCD$ มีจุดยอดมุมดังนี้ $B(3,5)$, $C(9,7)$, $D(5,11)$

ถ้าสะท้อนข้ามแกน X แล้วเลื่อนขนานด้วยพิกัด $(-4, -6)$ จากนั้นหมุน

รูปสามเหลี่ยมไป 180° ทวนเข็มนาฬิกาการรอบจุด $(0, 0)$ แล้วสะท้อนข้าม

แกน Y จงหาพิกัดของจุดยอดใหม่ของรูปสามเหลี่ยมนี้

2. รูปสามเหลี่ยม $\triangle ABCD$ มีจุดยอดมุมดังนี้ $B(3,5)$, $C(9,7)$, $D(5,11)$ ถ้าสะท้อนข้ามแกน X แล้วเลื่อนขนานด้วยพิกัด $(-4, -6)$ จากนั้นหมุนรูปสามเหลี่ยมไป 180° ทวนเข็มนาฬิกาการรอบจุด $(0, 0)$ แล้วสะท้อนข้ามแกน Y จงหาพิกัดของจุดยอดใหม่ของรูปสามเหลี่ยมนี้

$B(3,5)$ สะท้อน \times $B'(3, -5)$ เลื่อน $(-4, -6)$ $B''(-1, -11)$ หมุน 180° $B'''(1, 11)$ สะท้อน Y

$B'''(-1, 11)$

$C(9,7)$ " $C'(9, -7)$ " $C''(5, -13)$ " $C'''(-5, 13)$ "

$C'''(5, 13)$

$D(5,11)$ " $D'(5, -11)$ " $D''(1, -17)$ " $D'''(-1, 17)$ "

$D'''(1, 17)$

การประยุกต์

เกี่ยวกับอัตราดอกเบี้ยและร้อยละ

การประยุกต์เกี่ยวกับอัตราส่วน

$$a:b \text{ หรือ } \frac{a}{b} \text{ หรือ } a \div b$$

เป็นการเปรียบเทียบปริมาณ a และปริมาณ b โดยอาจจะมีหน่วย

เหมือนกันหรือต่างหน่วยกัน

$$3:5$$

$$100 \times 1,000 \times 100 = 10,000,000$$

$$1 \text{ ชม.} : 100 \text{ กม.}$$

สัดส่วน

คือ ประโยคที่แสดงความเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

$$\frac{3}{5} = \frac{15,000}{X}$$

$$3X = 75,000$$

$$X = \frac{75,000}{3}$$

$$X = 25,000 \text{ บาท}$$

1. สนามฟุตบอลแห่งหนึ่งมีอัตราส่วนของความกว้างต่อความยาวเป็น 5 : 9 ถ้าสนามฟุตบอลมีความยาว 72 เมตร จงหาความกว้างของสนาม

ฟุตบอล กว้าง : ยาว = 5 : 9

ให้ x เป็นความกว้างของสนามฟุตบอล

$$\frac{\text{กว้าง}}{\text{ยาว}} : \frac{5}{9} = \frac{x}{72}$$

$$40 = x$$

∴ ความกว้าง 40 เมตร #

2. เกษตรกรผู้หนึ่งเลี้ยงหมู: ไก่เป็น 5 : 4 เลี้ยงไก่: เป็ดเป็น 9 : 1 ถ้า
 เกษตรกรผู้หนึ่งเป็น 8 ตัวเขาจะมีหมูอยู่ที่ตัว หมู : ไก่ : เป็ด = 45 : 36 : 4

ให้ x เป็นจำนวนหมูที่เกษตรกรเลี้ยงไว้เดิม

$$\begin{array}{ccc} \text{หมู} & : & \text{ไก่} & : & \text{เป็ด} \\ 45 & : & 36 & : & 4 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ x & & & & 8 \end{array}$$

$$\frac{\text{หมู}}{\text{เป็ด}} : \frac{45}{4} = \frac{x}{8}$$

$90 = x$

\therefore ได้ขงหมู 90 ตัว #

3. นายเข้มเลี้ยงเป็ด และ ไก่คิดเป็นอัตราส่วน $5 : 7$ ต่อมาเขาขายเป็ดไป 15 ตัว และขายไก่ไป 48 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเป็ดที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น $5 : 4$ จงหาว่าเดิม เข้มเลี้ยงเป็ด และ ไก่ไว้ อย่างละกี่ตัว

ให้เดิม เข้มมีเป็ดอยู่	$5x$	ตัว
และมีไก่อยู่	$7x$	ตัว

3. นายเข้มเลี้ยงเป็ดและไก่คิดเป็นอัตราส่วน 5 : 7 ต่อมานายเข้มเปิดไป 15 ตัว และขายไก่ไป 48 ตัว ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเป็ดที่เหลือต่อจำนวนไก่ที่เหลือเป็น 5 : 4 จงหาว่าเดิมเข้มเลี้ยงเป็ดและไก่ไว้อย่างละกี่ตัว

เดิม เลี้ยงเป็ด $5x$ ตัว $\Rightarrow 5 \times 12 = 60$ ตัว
 ไก่ $7x$ ตัว $\Rightarrow 7 \times 12 = 84$ ตัว

$$\frac{\text{เป็ด}}{\text{ไก่}} = \frac{5x - 15}{7x - 48} = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} +20x - 60 &= 35x - 240 \\ -60 + 240 &= 35x - 20x \\ 180 &= 15x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{180}{15} \\ x &= 12 \end{aligned}$$

4. จำนวนเงินของเนต่อเงินของเนนคิดเป็นอัตราส่วน 7 : 9 ถ้าเนนำเงินไปซื้อตุ๋น 7,500 บาท ส่วนเนนำเงินไปซื้อโทรศัพท์มือถือ 10,000 บาท ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเงินที่เหลือของเนและเนเป็น 4 : 5 จงหาว่า เดิมเนและเนมีเงินกี่บาท

ให้ เน มีเงิน 7x บาท

เนน มีเงิน 9x บาท

4. จำนวนเงินของเนต้อเงินของเนนคิดเป็นอัตราส่วน 7 : 9 ถ้าเนนนำเงินไปซื้อเสื้อ 7,500 บาท ส่วนเนนนำเงินไปซื้อโทรศัพท์มือถือ 10,000 บาท ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเงินที่เหลือของเนและเนนเป็น 4 : 5 จงหาว่าเดิมเนและเนนมีเงินกี่บาท

เน มีเงิน $7x$ บาท
เนน มีเงิน $9x$ บาท

$$\frac{\text{เน}}{\text{เนน}} = \frac{7x - 7,500}{9x - 10,000} = \frac{4}{5}$$

$$+ 35x - 37,500 = 36x - 40,000$$

$$- 37,500 + 40,000 = 36x - 35x$$

$$2,500 = x$$

$$\therefore \text{เน } 7 \times 2,500 = 17,500 \text{ บาท}$$

$$\text{เนน } 9 \times 2,500 = 22,500 \text{ บาท}$$

การประยุกต์เกี่ยวกับร้อยละ

ร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์เป็นการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่งกับ 100

กำไร 20% → **ทุน** 100 บาท กำไร 20 บาท ขายไป 120 บาท

ขาดทุน 13% → **ทุน** 100 บาท ขาดทุน 13 บาท ขายไป 87 บาท

ลดราคา 25% → ราคาปกติ 100 บาท ลดราคา 25 บาท ขายไป 75 บาท

5. กางเกงตัวหนึ่งปีดราคาไว้ 380 บาท ถ้าลดราคาให้ 15% จะซื้อกางเกงตัวนี้ได้ในราคาเท่าไร

5. กางเกงตัวหนึ่งมีราคาไว้ ³⁵⁰~~380~~ บาท ถ้าลดราคาให้ 15% จะซื้อกางเกงตัวนี้ได้ในราคาเท่าไร

ซื้อ 100 บาท ลด ~~15~~ บาท ซื้อในราคา 85 บาท

$$\frac{\text{ซื้อ}}{\text{ซื้อในราคา}} = \frac{100}{385} = \frac{7}{x}$$

$$2x = 595$$

$$x = \frac{595}{2} = 297.5 \text{ บาท}$$

ข้อ 6

6. นิตมน้ำส้มแท้ 100% ที่มีปริมาตร 700 ลบ.ซม. มาทำให้เจือจางเป็น 28% โดยเติมน้ำคั้นที่มีปริมาตรสุทธิขวดละ 600 มิลลิลิตร ลงไป จงหาว่า ต้องเติมน้ำคั้นกี่ขวด

ให้ x เป็นจำนวนขวดของน้ำคั้นที่เติมลงไป

$$\frac{\text{น้ำส้ม}}{\text{น้ำคั้น}} : \frac{\cancel{98}^{\cancel{7}}}{\cancel{72}} = \frac{\cancel{700}^{\cancel{100}}}{\cancel{600}x}$$

$$6x = 18$$

$$x = \frac{18}{6}$$

$$x = 3$$

∴ ใช้ น้ำส้ม 3 ขวด #

ขายไป 87 บาท

7. ขายจักรยานไป 1,218 บาทขาดทุน 13% ถ้าต้องการขายให้ได้กำไร

ขายไป 120 บาท

20% จะต้องขายจักรยานเป็นเงินเท่าไร

$\frac{\text{ขายไป}}{\text{เป็นเงิน}}$:

$$\frac{\cancel{87}}{\cancel{1,218}} = \frac{120}{x}$$

~~406~~
14

$$x = 1680$$

8. สินค้าชิ้นหนึ่งถ้าขาย 2,700 บาท จะขาดทุน 10% ถ้าต้องการกำไร 10%
ต้องขายในราคาเท่าไร

ขายไป 90 บาท

ขายไป 110 บาท

$$\frac{90}{2,700} = \frac{110}{x}$$

30

$x = 3,300$

∴ ขายในราคา 3,300 บาท

ขายไป 95 บาท

ขายไป 107 บาท

9. ขายสินค้าอย่างหนึ่ง ขาดทุน 5% แต่ถ้าสามารถขายให้ ได้กำไร 7% แล้ว จะได้รับเงินเพิ่ม 1,992 บาท จงหาราคาทุนของสินค้านั้น

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 12 \\
 \hline
 1,992 \\
 165 \\
 \hline
 X = 16,600
 \end{array}$$

∴ ราคาทุน 16,600 บาท #

10. ตั้งราคาสินค้าไว้สูงกว่าทุน 15% เมื่อมีผู้มาซื้อเงินลดลงให้ 10% จะได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

ให้ทุน 100 บาท
ตั้งราคาไว้ $100 + 15 = 115$ บาท

ลด 10%

ซื้อ 100 ลด 10 ขายไป 90
↓
115
↓
 $x = 103.5$

$$\frac{100}{90} = \frac{115}{x}$$

$$10x = 1035$$

$$x = \frac{1035}{10} = 103.5 \text{ บาท}$$

กำไร 3.5%

103.5 บาท

การเปลี่ยนหน่วยอุณหภูมิ

ถ้าให้ C แทนองศาเซลเซียสที่อ่านได้

F แทนองศาฟาเรนไฮต์ที่อ่านได้

จะได้สูตรแสดงความสัมพันธ์ในการเปลี่ยนอุณหภูมิดังนี้

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

* * *

11. จงเปลี่ยนอุณหภูมิจากองศาเซลเซียสเป็นองศาฟาเรนไฮต์

1.) 35°C

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{\cancel{35}^7}{\cancel{5}^1} = \frac{F - 32}{9}$$

$$63 = F - 32$$

$$95 = F \rightarrow 95^{\circ}\text{F}$$

2.) 20°C

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\frac{\cancel{20}^4}{\cancel{10}^2} = \frac{F - 32}{9}$$

$$36 = F - 32$$

$$68 = F \rightarrow 68^{\circ}\text{F}$$

12. จงเปลี่ยนอุณหภูมิจากองศาฟาเรนไฮต์เป็นองศาเซลเซียส

1.) -4°F

$$\frac{5}{9}C = \frac{-4 - 32}{9}$$

$$\frac{5}{9}C = \frac{-36}{9}$$

$$C = -20 \Rightarrow -20^{\circ}\text{C}$$

2.) 95°F

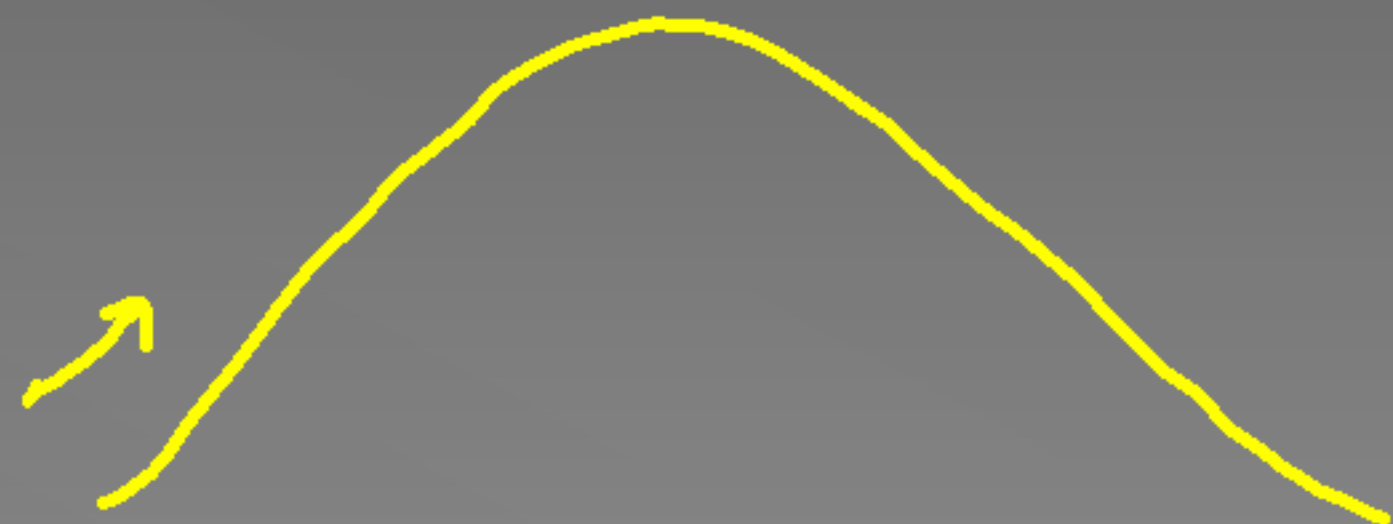
$$\frac{5}{9}C = \frac{95 - 32}{9}$$

$$\frac{5}{9}C = \frac{63}{9}$$

$$C = 35 \Rightarrow 35^{\circ}\text{C}$$

อัตราทดของเกียร์

รถต้องใช้แรงมากเมื่อออกกิโลเมตรหรือขึ้นที่สูงขึ้นแม้รถมีความเร็วพอควรแล้วต้องการเล่นด้วยอัตราเร็วที่สูงขึ้น จะใช้แรงน้อยลง จึงต้องมีเกียร์เป็นเครื่องปรับถ่ายกำลังระหว่างเครื่องยนต์กับล้อที่หมุนเพื่อให้ได้แรงตามต้องการ



อัตราทดของเกียร์

อุปกรณ์หลักของเกียร์ ประกอบด้วยเฟืองกลม 2 อันขบติดกัน เฟือง
อันหนึ่งเป็นเฟืองขับทำหน้าที่ขับเคลื่อนเฟืองอีกอันหนึ่งเป็นเฟือง
ตามในทิศทางตรงข้าม

อัตราดอกเบี้ย

$$\text{อัตราดอกเบี้ย} = \frac{\text{จำนวนเงินของเฟืองตาม}}{\text{จำนวนเงินของเฟืองรับ}}$$

อัตราทดของเกียร์

เกียร์ที่มีอัตราทดของเกียร์สูง ได้แก่ เกียร์ 1 และเกียร์ 2 ในรถยนต์ เป็นเกียร์ที่ให้แรงมากเรียกว่าเกียร์ต่ำ และเกียร์ที่มีอัตราทดของเกียร์ต่ำ ได้แก่ เกียร์ 4 และเกียร์ 5 ในรถยนต์เป็นเกียร์ที่ให้แรงน้อย เรียกว่าเกียร์สูง

13. เกียร์ชุดหนึ่งเฟืองขับมีฟัน 28 ซี่ เฟืองตามมีฟัน 14 ซี่ จงหาอัตราทดของเกียร์

$$\begin{aligned} \text{อัตราทดของเกียร์} &= \frac{\text{จำนวนฟันของเฟืองตาม}}{\text{จำนวนฟันของเฟืองขับ}} \\ &= \frac{14^1}{28^2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

14. ถ้าอัตราทดของเกียร์เป็น 1.25 และเฟืองตามมีฟัน 50 ซึ่ง จงหาจำนวน
เฟืองขับของเกียร์ชุดนี้

$$\text{อัตราทดของเกียร์} = \frac{\text{จำนวนฟันของเฟืองตาม}}{\text{จำนวนฟันของเฟืองขับ}}$$

$$1.25 = \frac{50}{X}$$
